සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක විද්‍යාලය - කොළඹ
සංයුක්ත ගණිතය - II
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස්පෙළ) විභාගය - 2022 නොවැම්බර්
තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය

- **ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.**

11 a) α, β යනු $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ගනිමු. $\alpha^2 + \beta^2$ සහ α, β සොයන්න. මෙහි α, β යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

එනයින්,

i) $\frac{\alpha}{\beta}$ සහ $\frac{\beta}{\alpha}$ මූල වන සමීකරණය සොයන්න.

ii) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$ සහ $\frac{\beta+\alpha}{\beta}$ මූල වන සමීකරණයද සොයන්න.

b) $f(x) \equiv x^4 + px^3 + qx^2 + 52x - 28$ යැයි ගනිමු.

මෙහි p, q යනු තාත්වික නියත වේ.

$f(-1) = -108$, $f(3) = 20$ නම් p සහ q හි අගයන් සොයන්න.

$f(x)$ යන්න $f(x) = (x^2 - a^2)^2 + (x - a)^2 (ax + b)$ වන ලෙස ලිවිය හැකි වන සේ a සහ b අගයන්න.

එනයින් $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

12. a) කමිටුවක් මහත්වරුන් නව දෙනෙකු සහ නෝනාවරුන් 5 දෙනෙකු අතුරින් සත් දෙනෙකුගෙන් සමන්විත විය යුතුය.

i) මහත්වරුන් හතරදෙනෙකු සහ නෝනාවරුන් තිදෙනෙකු ඇතුලත් වන පරිදි,

ii) අවම තරමේ එක් නෝනාවරයෙකු ඇතුලත් වන පරිදි සෑදිය හැකි කමිටු ගණන කියද ?

b) $Ur = \frac{1}{(pr+q)(pr+q+p)(pr+q+zp)}$ යැයි ගනිමු. p, q සහ r ධන නිඛිල වේ.

$Ur = \frac{1}{2P}\{V_r - V_{r+1}\}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $Vr = \frac{1}{(pr+q)(pr+q+p)}$ වේ.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} Ur$ සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $Ur = \frac{1}{(2r+1)(2r+3)(2r+5)}$ හි පද n හි එකතුව සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} Ur = \frac{1}{60}$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

13. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & K \end{pmatrix}$

යනු 2 x 2 වූ න්‍යාස තුනක් යැයි ගනිමු. $A(2B - C) = 6I$ වන පරිදි K හි අගය සොයන්න. මෙහි I යනු ගණනය 2 x 2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි. එනයින් A^{-1} සොයන්න.

b) (5 - 12i) හි වර්ගමූලය (a + ib) ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. a, b තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. ඉහත මූල ආගන්ඩ් සටහනේ සටහන් කර P, Q ලෙස නම් කරන්න. PQR_1 සහ PQR_2 සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල වන පරිදි R_1, R_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

c) ද මුවාවර් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්

$(1 - \sqrt{3}i)^4(1 + i)^3$ හි අගය සොයන්න.

22 A/L අපි [papers group]

14. a) $x \neq +1$ සඳහා $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq +1$ සඳහා $\frac{dy}{dx} = \frac{-4(x+1)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{8(x+2)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇතිවිට ස්පර්ශෝන්මුඛ, අන්තඃඛන්ඩ සහ හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) දෙන ලද ගෝලයක අන්තර්ගත කළ හැකි විශාලතම ඍජු වෘත්ත ඝන කේතුවේ පරිමාව ලැබෙන්නේ කේතුවේ ඍජු උසත් ගෝලයේ විශ්කම්භයත් අතර අනුපාතය 2 : 3 වූ විට බව පෙන්වන්න.

15. i) සුදුසු ආදේශකයක් හෝ අන් ක්‍රමයක් භාවිතයෙන්

$\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^2)^3} dx$ අගයන්න.

ii) භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{x^3+4x^2+8x+6}{(x+2)^2(x^2+2x+2)}$ සොයන්න.

iii) $u = x + \cos x$ සහ $du = \frac{1}{1-\sin x} dx$ ලෙස ගැනීමෙන්,

$\int u dv = uv - \int v dv$ සූත්‍රය ප්‍රයෝජනයට ගනිමින් $\int \frac{x+\cos x}{1-\sin x} dx$ සොයන්න.

16. කෝණ සමච්ඡේදකයන්ගේ සමීකරණ සෙවීම භාවිතයෙන් $l_1 = 2x + y + 3 = 0$ සහ $l_2 = 11x + 2y + 6 = 0$ රේඛාවන්ගේ සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය $3x + y + 3 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$3x + y + 3 = 0$ මත පිහිටි P(a,b) ලක්ෂ්‍යයක සිට l_1, l_2 රේඛාවන්ට ඇදි ලම්බ දුර $\sqrt{5}$ වේ. a සහ b හි අගය සොයන්න. මෙහි $a > 0$ වන p කේන්ද්‍රය වන $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ රේඛා ස්පර්ශවන වෘත්තයේ සමීකරණ $S = 0$ ලෙස දී ඇති විට $S \equiv x^2 + y^2 - 10x + 36y + 344$ බව පෙන්වන්න.

$S \equiv 0$ වෘත්තය $l \equiv 4x + 3y + 24 = 0$ රේඛාව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. $S = 0$ හා $l \equiv 0$ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා වන වෘත්තවල පොදු වෘත්තයේ සමීකරණය සොයා එහි කේන්ද්‍රය හි පථය $l \equiv 0$ රේඛාවට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

17. a) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

සයින් නියමය භාවිතයෙන් $a\cos B + b\cos A = C$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්,

i) $\frac{\cos C + \cos A}{a+c} + \frac{\cos B}{b} = \frac{1}{b}$ සහ

ii) $a(b^2 + c^2)\cos A + b(c^2 + a^2)\cos B + c(a^2 + b^2)\cos C = 3abc.$

බව අපෝහනය කරන්න.

b) $\frac{2\cos 3x - 4\cos^5 x + 3\cos^3 x}{\cos x\,(1+\sin^2 x)} = \lambda\cos 2x + K$ වන පරිදි

λ හා K අගයන්න.

එනයින්, $y = \frac{2\cos 3x - 4\cos^5 x + 3\cos^3 x}{\cos x\,(1+\sin^2 x)}$, හි

උපරිම සහ අවම ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

$[-\pi, \pi]$ සඳහා y හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

c) $[0, 2\pi]$ පරාසය තුළ,

$3\tan^3 x + 1 = \tan x + 3\tan^2 x$ සමීකරණයේ විසඳුම් ලබාගන්න.

22 A/L අපි [papers group]